

一种高斯曲率策动和高阶微分相融合的去噪方法

王艳红 李维国

(中国石油大学(华东)数学与计算科学学院, 东营 257061)

摘要 Lee Suk-Ho 和 Seo Jin Keun 提出的基于高斯曲率的去噪方法在处理低梯度区域时,虽然对于保留图像的细节特征非常有效,但是步长选择稍大时,会产生黑白点,过小又会增加迭代次数。针对此问题,提出了一种用 Tukey's biweight 函数来控制曲率扩散的修正模型,该模型可以在较大时间步长的情况下避免黑白点的出现。进一步,为了利用高阶去噪方法对高梯度区域进行快速去噪,提出了一种将高斯曲率去噪方程和四阶偏微分方程相融合的去噪模型,以便可以根据具体的图像合理地分配两部分的权重。数值实验证明,该模型不仅可以处理曲面拟合方法所不能消除的椒盐噪声,而且可以实现两种方法的优点互补,既能保持边界,又较好地保留了细节特征。

关键词 图像恢复 曲面拟合 高斯曲率 Tukey's biweight 函数 高阶微分

中图法分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)02-0260-07

A Fusion Denoising Method Based on Both Gaussian Curvature-driven and Differential of Higher Order

WANG Yan-hong, LI Wei-guo

(School of Mathematics and Computational Science, China University of Petroleum, Dongying 257061)

Abstract The Gaussian curvature based method proposed by Suk Ho Lee and Jin Keun Seo was applicable to low gradient image areas and reserved its characteristics availably, But black and white points would appear on the resumed image if the iterative step is a bit longer and the number of iterations would severely increase when small step is selected. This paper proposes a modified model which can avoid the appearance of noising points with a larger step, with use of Tukey's biweight function to control the diffuseness of Gaussian curvature. Farther more, considering the denoising methods of higher order are effectual and rapid for high gradient image areas, it introduces a fusion denoising model based on both Gaussian curvature and differential of higher order. The model could distribute different weights to every part reasonably according to real images. The presented model can not only remove salt and pepper noise, which cannot be accomplished the surface fitting method but also keep virtues of each technique. Edges and characteristics would be reserved synchronously.

Keywords image restoration, curved surface fitting, Gaussian curvature, Tukey's biweight function, differential of higher order

1 引言

在图像处理的发展过程中,数学始终起着举足轻重的作用,并渗透在图像处理的各个分支中。去噪是图像处理领域最成熟的分支之一,目前已有许

多种去噪的方法。本文研究的是基于高斯曲率策动的非线性去噪方法。

Sochen、Malladi、El-fallah、Ford 和 Yezzi 等人从几何分析的角度入手,利用嵌入映射来重新定义图像^[1-3],并将极小化曲面的概念引入到图像处理领域^[1]。如果将灰度图像的灰度用 3 维曲面表示,则图

收稿日期:2007-03-23; 改回日期:2007-08-14

第一作者简介:王艳红(1983 ~),女。2008 年于中国石油大学(华东)获理学硕士学位。主要研究方向为反问题、图像恢复。

E-mail: qin1wang2@163.com

像的变化可以用反映曲面上某点切线方向变化快慢的二阶曲率来描述,也就是方向曲率^[4]。由于方向曲率可以描述局部图像曲面的粗糙程度,所以图像曲面的噪声越大,其对应的曲率能量泛函的值越大,则极小化能量泛函,就相当于对图像进行光滑。

在讨论之前,首先介绍曲率驱动去噪的一般格式,即

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F(\kappa) |\nabla u| \quad (1)$$

其中, u 表示图像的密度函数, $F(\kappa)$ 表示依赖于曲率 κ 的速度函数。如果 $F(\kappa) = \kappa$,则上式就变为标准的曲率驱动方程。如果采取 $F(\kappa) = \kappa/|\nabla u|$,则它就是退化的总变差(TVD)格式。文献[2]提出的平均曲率模型为

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{1}{\sqrt{1+u_x^2+u_y^2}} \nabla u(x,y) \right) \quad (2)$$

尽管这种格式的去噪速度比较快,且文献[1]、[3]给出了平均曲率流的一般格式,即

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha(x)^{\gamma+3} (\Delta u + u_x^2 u_{xx} + u_x^2 u_{yy} - 2u_x u_y u_{xy}) \quad (3)$$

式中, $\alpha(x) = 1/\sqrt{1+u_x^2+u_y^2}$ 表示平均曲率, $\gamma = -1, 0$ 或 1 ,但是许多基于平均曲率流的格式会使原本曲率非零的区域产生变化,而出现模糊现象。

为解决这个问题,本文把研究的重点放在曲率上,即应用 Gauss 曲率来替代原来的平均曲率流。Lee 和 Seo 等人提出了以下 Gauss 曲率驱动去噪模型^[5]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\varphi \left(\frac{u_{xx} u_{yy} - u_{xy}^2}{(1+u_x^2+u_y^2)^2} \right) \nabla u(x,y) \right) \quad (4)$$

式中, $(u_{xx} u_{yy} - u_{xy}^2)/(1+u_x^2+u_y^2)^2$ 表示曲面 $z = u(x,y)$ 的 Gauss 曲率, φ 是一个单调递增的非负函数,且有 $\varphi(0) = 0$,文献[5]提出的模型中, $\varphi(s) = |s|$ 。该模型的主要优点有:(1)高斯曲率可以保存应用平均曲率可能无法保留的信息,比如说在边缘具有非常大曲率值的尖锐边缘等等;(2)许多比较平滑的结构可能会被其他的去噪方法平滑掉,但是如果这些区域的高斯曲率为零的话,则用高斯去噪法将不会产生影响;(3)具有很大高斯曲率的噪声将会被该法非常有效快速地去掉。

2 模型建立

虽然高斯曲率模型可以保持高斯曲率为零,并

且对梯度较小的区域非常有效,但是数值试验表明,它和其他基于曲率策动的去噪方法一样,对于椒盐噪声几乎是无效的,同时用其处理添加了高斯噪声的图像时还出现了黑白点。

2.1 带变扩散系数的高斯曲率策动模型

考虑根据梯度大小把图像区域分成3块,其中低梯度区域认为是同质区域,中梯度区域是噪声区域,高梯度区域是边界区域,在边界区域和同质区域,笔者认为,由于噪声的影响比较小,所以可选择较小甚至为零的扩散系数,因中梯度区域是主要受噪声污染的区域,故其相应的扩散系数取值就比较大。这样一方面可以保持原有的边界和细微特征,另一方面还可以把主要影响视觉的噪声除去。在基于高斯曲率策动的微分方程中,应用文献[6]中的 Tukey's biweight 函数来得到下面新的带有变扩散系数的高斯曲率策动模型:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\varphi \left(\frac{u_{xx} u_{yy} - u_{xy}^2}{(1+u_x^2+u_y^2)^2} \right) \nabla u(x,y) \right) = G \quad (5)$$

式中, $\varphi(s)$ 表示 Tukey's biweight 函数

$$\varphi(s) = \begin{cases} s \times (1 - (s/\xi)^2)^2 & |s| \leq \xi \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

下面再分析本文提出的模型的作用效果:首先给出一个依赖于时间变化的集合 $V_{t,\alpha} = \{(x,y,z) : 0 < z < |u(x,y,t) - \alpha|\}$ 其中 $\alpha > 0$ 。显然, $V_{t,\alpha}$ 是由曲面 $z = u(x,y)$ 和平面 $z = \alpha$ 围成的区域。本文假设水平集 $\{u(x,y,t) = \alpha\}$ 是简单闭曲线,记作 $C_{t,\alpha}$ 。令 $D_{t,\alpha}$ 表示曲线 $C_{t,\alpha}$ 围成的区域。如果设定 $u(x,y,t) - \alpha$ 在 $D_{t,\alpha}$ 内不改变符号,那么 $V_{t,\alpha}$ 关于时间的变化可以表示成

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{D_{t,\alpha}} |u - \alpha| dA \quad (6)$$

式中, dA 是单元面。如果 u 是 TVD 方程 $u_t = \operatorname{div}(\nabla u/|\nabla u|)$ 的解,由格林定理得

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{D_{t,\alpha}} |u - \alpha| dA &= \int_{D_{t,\alpha}} \frac{\partial u}{\partial t} dA \\ &= \int_{D_{t,\alpha}} \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) dA = \int_{C_{t,\alpha}} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \cdot \mathbf{n} dl \quad (7) \end{aligned}$$

式中, dl 是单元线段, \mathbf{n} 表示边界曲线 $C_{t,\alpha}$ 向外的单位法向量,其可以表示为

$$\mathbf{n} = \begin{cases} -\frac{\nabla u}{|\nabla u|} & u - \alpha > 0 \\ \frac{\nabla u}{|\nabla u|} & u - \alpha < 0 \end{cases} \quad (8)$$

因此,可得到 $\frac{\partial}{\partial t} \int_{D_{t,\alpha}} |u - \alpha| dA = -|C_{t,\alpha}|$, 其中 $|C_{t,\alpha}|$

表示曲线 $C_{t,\alpha}$ 的长度。由此可见,空间的变化依赖于水平曲线的变化。进一步可考虑上式的以下逼近形式:

$$\begin{aligned} & \int_{D_{t+\Delta t,\alpha}} |u(x,y,t+\Delta t) - \alpha| dA \\ & \approx \int_{D_{t,\alpha}} |u - \alpha| dA - \Delta t |C_{t,\alpha}| \quad (9) \\ & = \int_{D_{t,\alpha}} \left[|u - \alpha| - \Delta t \frac{|C_{t,\alpha}|}{|D_{t,\alpha}|} \right] dA \end{aligned}$$

这里 $|D_{t,\alpha}|$ 表示 $D_{t,\alpha}$ 的面积。从上式可以看到,由于相邻两步的图像强度的变化正比于水平集的比率 $|C_{t,\alpha}|/|D_{t,\alpha}|$, 所以当噪声图像具有较大的水平集比率时,应用总变差方法,噪声就会被很快消去。但是,如果重要的图像特征也有大的水平集比率时,那么应用总变差方法进行去噪时,图像特征也会被消除。

如果 u 满足提出的基于高斯曲率驱动的方程,通过同样的分析,那么就可以得到以下类似的结果:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \int_{D_{t,\alpha}} |u - \alpha| dA = \int_{D_{t,\alpha}} \frac{\partial u}{\partial t} dA \\ & = \int_{D_{t,\alpha}} \operatorname{div}(\varphi(s) \nabla u) dA = \int_{C_{t,\alpha}} \varphi(s) \nabla u \cdot \mathbf{nd}l \\ & = - \int_{C_{t,\alpha}} \varphi(s) |\nabla u| dl \quad (10) \end{aligned}$$

式中, s 表示高斯曲率。通过观察上式可以看到,集合 $V_{t,\alpha}$ 的变化依赖于水平曲线上的变分和函数 $\varphi(s)$ 的乘积。换句话说,依赖于高斯曲率的函数 $\varphi(s)$ 控制着 $V_{t,\alpha}$ 的变化。由于 Tukey's biweight 函数 $\varphi(0) = 0$, 所以,当水平曲线 $C_{t,\alpha}$ 的高斯曲率为零时,即使 $|\nabla u|$ 有数值,则前后两步的 $V_{t,\alpha}$ 也不会发生改变。同时,当高斯曲率大于某一个数值 ξ 的时候, $\varphi(s) = 0$, 由于这个时候前后两步的 $V_{t,\alpha}$ 是一样的,因此可以在一定程度上保持边界。

2.2 带有高阶项的高斯曲率策动模型

数值实验表明,应用本文提出的方法处理图像,不仅可以提高污染图像的信噪比,取得较好的视觉效果,还可以解决普通基于曲面拟合方法所造成的黑白点问题,特别对较低梯度的区域效果显著。但是,对于去除椒盐噪声依然没有多少作用。

大家知道,高阶的去噪方法虽然处理高梯度区域时,对于保持边界有很好的作用,但是有可能会出出现阶梯现象,它的优缺点和基于曲面拟合的去噪方法是互补的,应用文献[7]中的思想,本文考虑将两种模型相结合,提出下面的带有高阶项的高斯曲率

策动融合模型:

$$u_t = \lambda G - (1 - \lambda) \nabla^2 [c(|\nabla^2 u|) \nabla^2 u] \quad (11)$$

式中, ∇^2 为二阶中心差分, λ 是与图像的空间梯度相关的中间变量,即

$$\lambda = 1 / (1 + k(\nabla u)^2) \quad (12)$$

这里 k 是由具体图像决定的正常数,可以处理图像时通过实验得到。由式(12)可以看到 $\lambda \in [0, 1]$, 当 λ 取 0, 1 时,则分别对应了高阶去噪方法和基于高斯曲率的去噪方法。由 λ 的计算式可以看到,在图像边缘及梯度比较大的区域, λ 趋于零,此时高阶处理方法占的权重变大,有利于保留边界和去除椒盐噪声;在梯度较小的区域, λ 趋于 1,此时高斯去噪方法可以显示其在平滑噪声、保留细节方面的作用。无论在理论上,还是实际应用中,同单独的两种方法相比,本文提出的方法在图像去噪上有着明显的优势。

由于前面高斯曲率去噪的效果前文已有分析,因此,现在只考虑四阶偏微分方程的部分,即

$$u_t = -\nabla^2 [c(|\nabla^2 u|) \nabla^2 u] \quad (13)$$

式中, $c(s) = s / \sqrt{1 + s^2}$, 其相应的能量泛函为

$$E(u) = \int f(|\nabla^2 u|) dA \quad (14)$$

式中, $f(s) = \sqrt{1 + s^2}$ 。

由于 $f(s)$ 是凸函数,因此可以证明能量泛函 $E(u)$ 有唯一全局最小值点。事实上,对任意 $\lambda \in (0, 1)$, 有 $|\nabla^2 [\lambda u_1 + (1 - \lambda) u_2]| \leq \lambda |\nabla^2 u_1| + (1 - \lambda) |\nabla^2 u_2|$, 由于 $f(s)$ 是增的凸函数,所以

$$\begin{aligned} & f(|\nabla^2 [\lambda u_1 + (1 - \lambda) u_2]|) \leq \\ & f(\lambda |\nabla^2 u_1| + (1 - \lambda) |\nabla^2 u_2|) \leq \\ & \lambda f(|\nabla^2 u_1|) + (1 - \lambda) f(|\nabla^2 u_2|) \end{aligned}$$

对上式的两端取积分得

$$\int f(|\nabla^2 [\lambda u_1 + (1 - \lambda) u_2]|) dA \leq$$

$$\lambda \int f(|\nabla^2 u_1|) dA + (1 - \lambda) \int f(|\nabla^2 u_2|) dA$$

即 $E(\lambda u_1 + (1 - \lambda) u_2) \leq \lambda E(u_1) + (1 - \lambda) E(u_2)$, 也就是说,能量泛函也是凸函数,由凸分析的知识可以知道,能量泛函存在全局最小解。

3 数值实验

下面给出一些本文所提出模型的数值实验结果及其与其他模型处理结果的比较。污染图像的获得是通过给清晰图像添加给定方差的噪声。下面给出

两个判定图像质量的指标值——均方差 (RMSE) 和信噪比 (SNR)

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |(\hat{u}_{i,j} - u_{i,j}^{(0)})|^2}}{n^2} \quad (15)$$

$$SNR = 10 \cdot \lg \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\hat{u}_{i,j} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \hat{u}_{i,j}}{n^2} \right]^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left[\hat{u}_{i,j} - u_{i,j}^{(0)} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\hat{u}_{i,j} - u_{i,j}^{(0)})}{n^2} \right]^2} \quad (16)$$

式中, $u_{i,j}^{(0)}$ 表示真实图像 (i,j) 点的值, $\hat{u}_{i,j}$ 表示恢复图像 (i,j) 点的值, n 是图像的大小。

通过上式可以看出, RMSE 值的大小表征了图像细节信息的保留情况, RMSE 值越小, 图像的细节特征保留得越好。SNR 表示信噪比, SNR 值提升较大的图像在某种程度上说明图像质量恢复得比较好。

RMSE 值和 SNR 值的计算都要用到原始清晰图像, 这在实际应用中是不可能知道的, 所以本文采用以下比较合理的停机准则^[8]:

$$\Delta u = \frac{|u^{(k)} - u^{(k-1)}|}{|u^{(k)}|} < \varepsilon \quad (17)$$

由于在数值运算过程中, 难免会出现溢出现象, 也就是说, 像素的灰度值超出了灰度区域 $[0, 255]$ 。因此针对这种情况, 本文采取投影的思想, 将计算出来的值域向灰度区域投影。

首先比较原有的高斯曲率去噪方法和带扩散系数的方法的优缺点, 图 1 是对函数曲线进行处理的情况。图 1(a) 为清晰图像的函数曲线, 图 1(b) 为添加了高斯噪声图像的函数曲线, 图 1(c) 和图 1(d) 分别是用原有高斯曲率去噪法和带扩散系数的高斯曲率去噪法处理后的图像的函数曲线, 时间步长取 $\Delta t = 0.01$, $\varepsilon = 10^{-5}$ 。由图 1 可以看出, 在函数值较大的左峰部分, 噪声影响不是很明显, 此时带扩散系数的方法没有显示出大的优势, 用原有的去噪方法处理后的图像只是在峰顶处显得略“胖”, 过于平滑, 在柱状右峰部分, 带扩散系数处理方法其保持边界的性能得到了体现。事实上, 图 1(c) 和图 1(d) 的去噪后图像的信噪比分别为 76.935 2 dB 和 74.990 6 dB, 这说明带扩散系数的去噪方法具有数据上的优势。它的缺点是相应的迭代步数会有所增加。

图 2 是大小为 128×128 的 2 维图片的数值实验结果, 时间步长取为 0.05。由图 2 可见, 用原有

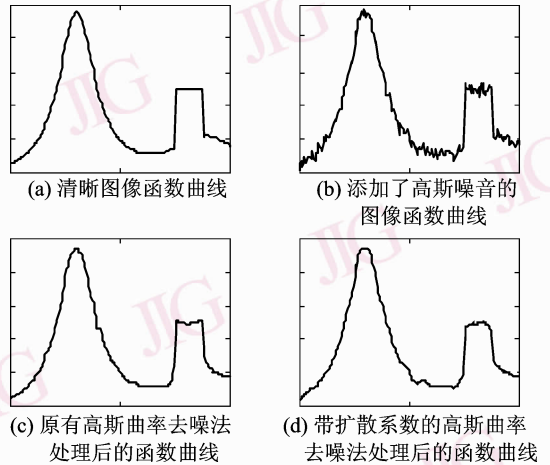


图 1 原有的高斯曲率去噪法和带扩散系数的高斯曲率去噪法处理后的图像函数曲线比较

Fig. 1 The denoised results of polluted curve by Gaussian curvature based method and the scheme with a diffused coefficient

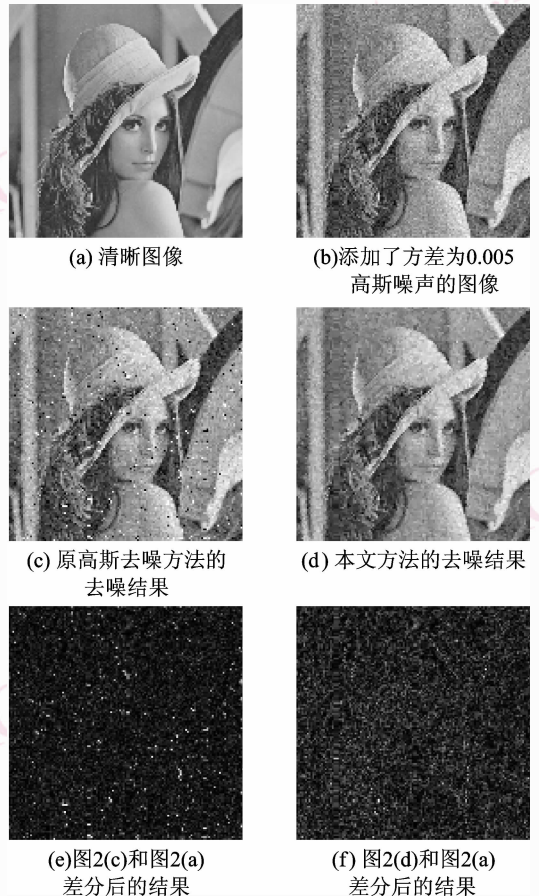


图 2 原有高斯曲率去噪法和带扩散系数的高斯曲率去噪法处理图片的结果比较

Fig. 2 The denoised results of polluted image by Gaussian curvature based method and the scheme with a diffused coefficient

的高斯曲率策动方法去噪会产生明显的黑白点。如果将时间步长再减小,则虽然黑白点的问题会减轻,但是由于相邻两步的迭代图像变化极小,因此收敛速度会受到严重影响,同时 RMSE 值变化不稳定。而添加了扩散系数的高斯去噪方法则对这方面的问题有所改善,因其不处理高斯曲率很大的区域,以防像素的强度值超出 0 ~ 255 的灰度区域。

由图 3 可见,即使是添加了扩散系数的高斯去噪方法,其对于椒盐噪声的去除也是没有什么作用的,即信噪比的改善很小,而且在视觉效果上几乎没有任何的改善。事实上,由于该方法对高斯曲率较大的点并不进行处理,而椒盐点处的高斯曲率显然是非常大的,这相当于没有对含有椒盐点的像素进行处理,因此当然不会改变曲率拟合方法对椒盐噪声无效处理的本质。

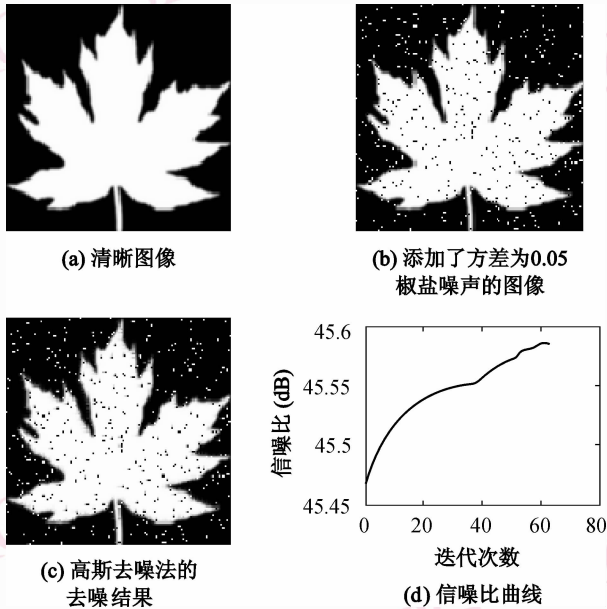


图 3 带扩散系数的高斯曲率去噪法对椒盐噪声的处理结果
Fig. 3 The denoised results of polluted image with salt and pepper noise by modified Gaussian curvature based scheme

下面讨论添加了四阶项的曲率去噪方法。与上述方法一样,可首先观察融合方法对椒盐噪声的去除情况。图 4 为添加了方差为 0.05 椒盐噪声图像的去噪结果。由图 4 可见,该方法对去除椒盐噪声是有效的,如污染图像处理的信噪比有了很大的改善,这主要是由于融合方程中的高阶项起的作用。事实上,由于椒盐点的梯度比较大,所以对这种点的处理权重绝大多数落在了四阶项上,这就使高阶微分方程处理椒盐噪声的优势被很好地体现出来。实

验表明,用融合方法来处理椒盐噪声和用高阶微分方程处理后图像的信噪比和细节信息基本相当,故在这种情况下,可以令融合方法的 λ 直接取为零,以减少运行时间。

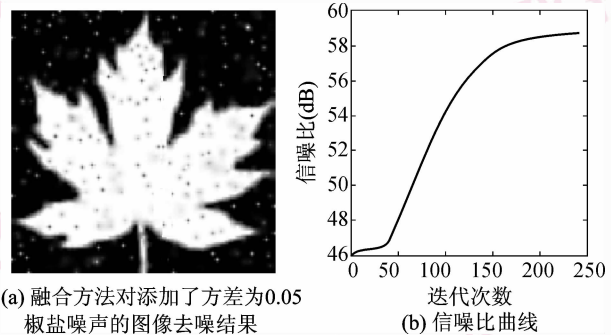


图 4 椒盐噪声图像用融合方法处理后的恢复图像以及其信噪比曲线

Fig. 4 The denoised results of image polluted by salt and pepper noise using fusion method and its SNR curve

融合方法除了可以发挥高阶微分方程处理高梯度区域的优势外,而且高斯曲率项对平滑区域的细节保持作用也可以延续,本文通过对融合方法和高阶方法进行简单比较来说明这一点,依然以 1 维处理结果为例(如图 5 所示),其步长和图 1 相同,停机参数取为 $\epsilon = 5 \times 10^{-5}$ 。图 5 中实线为融合方法处理后的图像函数曲线,虚线为高阶方法处理后的图像函数曲线。

由图 5 曲线可见,两种方法处理后图像的视觉效果相差不大,信噪比相近,甚至可能高阶方法比融合方法还稍大一点点,但是由于高斯曲率项的加入主要是为了保留细节信息,所以由图 5(f) RMSE 曲线可见,融合方法处理后的图像函数曲线更接近原有曲线。

接下来考虑 2 维图像的去噪处理,图片大小为 256×256 。

由处理结果可见,融合方法在保留图像的细节特征方面具有优势,虽然图 6 的细节特征视觉效果并不是非常的明显,但是由表 1 可以发现,尽管融合方法对高阶微分方程的信噪比改变不大,数值几乎相当,但是 RMSE 值均变小了,这说明细节特征得到了保留。

由式(12)可知, λ 的大小除与图像各像素点的梯度有关外,还取决于一个正参数 k ,对于同一张图片, k 越大, λ 越小,此时高斯项起的作用越小。遗憾的是, k 的选取并没有理论依据,其合适取值只能根据数值实验来确定。图 6 中, $k = 2$ 。

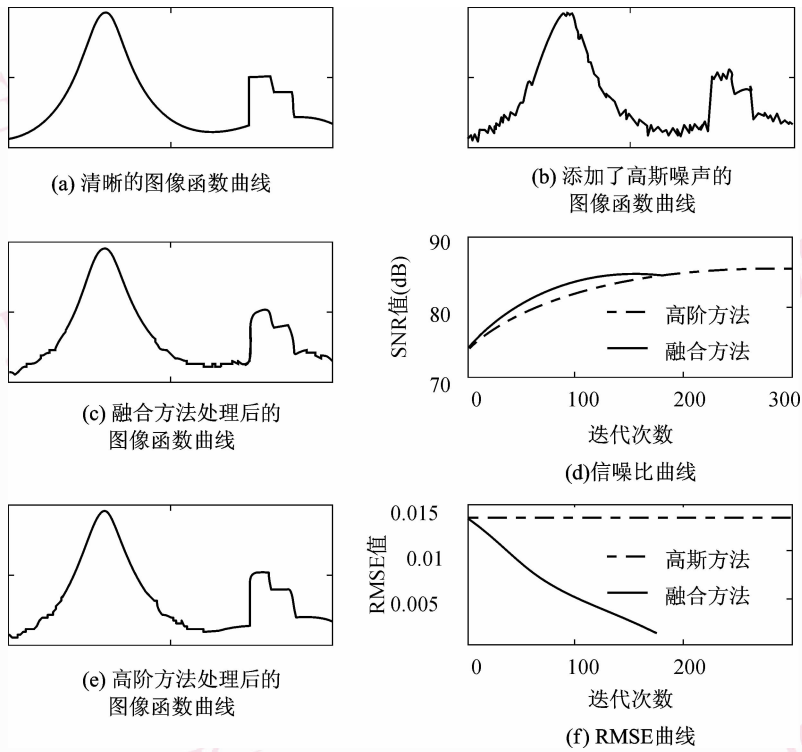


图 5 高阶微分方程方法和融合方法处理结果函数曲线比较

Fig. 5 The denoised results of polluted curve by differential of high order based scheme and fusion scheme

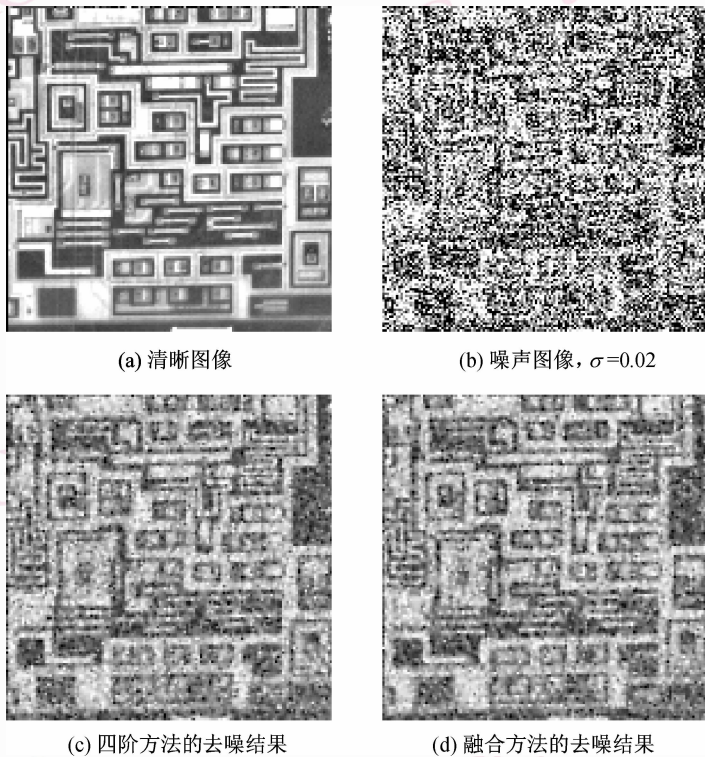


图 6 基于高阶微分方程方法和融合方法处理噪声方差为 0.02 的图像结果比较

Fig. 6 The denoised results of polluted image by differential of high order based scheme and fusion scheme

但是,可以人为地根据图片的内容粗略地选取 k 的值。比如图 7 的细节特征明显比图 6 要少,故

可以将 k 的值取大,即 λ 变小,也使高斯项的权重变小,以主要发挥四阶项的高效保留边界的作用。

图 7(c)和图 7(d)分别表示 k 取 1 和 6 时恢复的图像, k 值变大时, SNR 值和迭代步数 n 均有提高。

表 1 高阶微分方法和融合方法的比较

Tab. 1 The comparison of high order based and fusion scheme

噪声方差	SNR 值 (dB)		RMSE 值	
	高阶微分	融合方法	高阶微分	融合方法
0.01	52.467 0	52.718 2	0.004 2	0.003 6
0.03	44.341 0	44.583 9	0.006 0	0.005 3
0.05	40.473 5	40.702 1	0.006 5	0.006 3
0.1	34.665 1	35.196 2	0.008 6	0.008 2
0.2	28.077 5	28.553 7	0.010 8	0.010 0
0.3	24.824 5	25.656 4	0.011 5	0.010 9

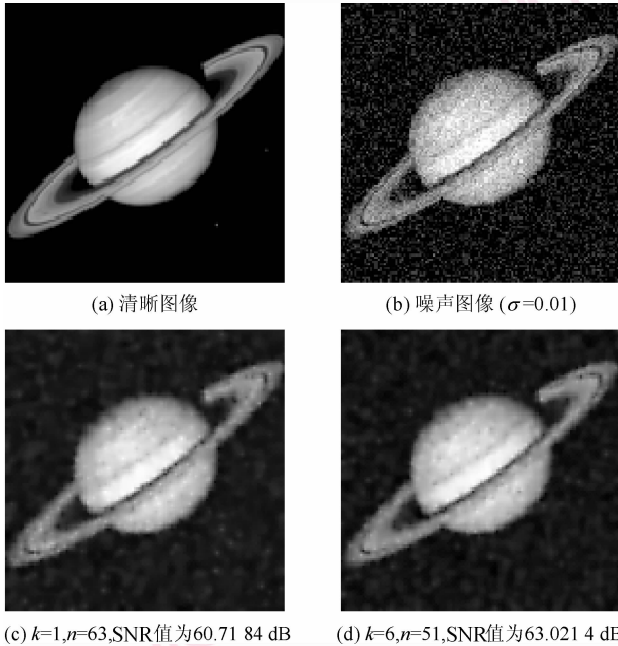


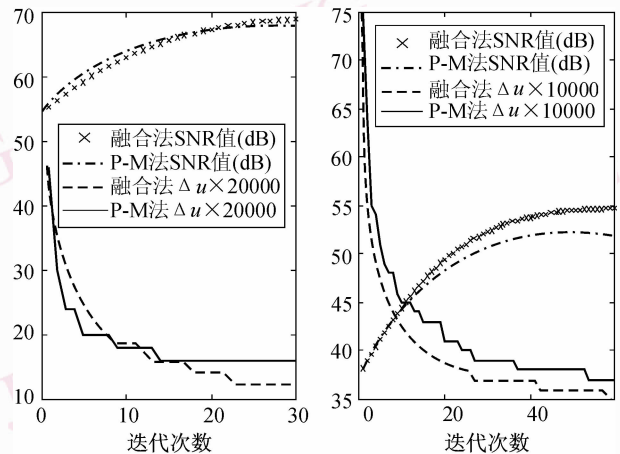
图 7 $\lambda(k)$ 的选取对恢复图像的影响

Fig. 7 The influence to denoised images by different $\lambda(k)$

图 8 给出了 Perona-Malik 方法去噪和融合方法去噪效果的一些数据(SNR 值和式(17)中的 Δu 比较图。

4 结 论

基于高斯曲率的去噪方法对高斯曲率为零的区域可保持原状,并且在处理梯度较小的平滑区域时,能够很好地保留细节。应用文献[5]提出的方法,如果想减少黑白点的出现,则时间步长必须选取得非常小,这样相应的迭代次数要增加,收敛速度变慢。为了提高收敛速度,本文应用 Tukey's biweight 函数来控制扩散速度,并根据梯度的不同对图像密度进行相应的处理,这样就可以在较大的时间步长的情况下,



(a) 对噪声方差为0.005的图像的去噪结果 (b) 对噪声方差为0.03的图像的去噪结果

图 8 Perona-Malik 方法和本文融合方法去噪的数据比较

Fig. 8 The comparison of some statistics for the

Perona-Malik and fusion scheme

很好地消除黑白点,以改善处理图像的信噪比。

大家知道,基于偏微分方程的高阶去噪方法对处理高梯度区域作用显著,而本文提出的混合型去噪方式则很好地融合了二者的优点,通过加权平均的方式来着重对不同梯度大小的区域进行不同的处理,这既克服了单纯用曲面拟合方法无法消除椒盐噪声的缺点,又能在不牺牲图像信噪比的同时,较好地保留图像细节特征。

参考文献 (References)

- 1 Sochen N, Kimmel R, Malladi N. A geometrical framework for low level vision [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 310.
- 2 EL-Fallah A I, Ford G E. On mean curvature diffusion in nonlinear image filting[J]. Pattern Recognition Letters, 1998, 19(5-6): 433-437.
- 3 Yezzi A. Modified curvature motion for image smoothing and enhancement[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(3): 345-352.
- 4 Kalaiah A, Varshney A. Modeling and rendering of points with local geometry[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. 2003, 9(1):100-129.
- 5 Lee Suk-ho, Seo Jin Keun. Noise removal with gauss curvature driven diffusion [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(7): 904-909.
- 6 Black M J, Sapiro G, Marimont D, et al. Robust anisotropic diffusion [J]. IEEE Transactions on Image Processing. 1998, 7(3): 421-432
- 7 Gen Xiu-rui. Several models of fourth-order partial differential equations for noise removal[D]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2002-03-10. [耿修瑞. 几个用于图像去噪的四阶偏微分方程模型[D]. 北京航空航天大学学位论文, 2002-03-10.]
- 8 Firsovo D, Lui S H. Domain decomposition methods in image denoising using Gaussian curvature[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2006, 193(2): 460-473.